МРНТИ 27.21.17 DOI 10.48501/2602.2025.32.29.020

**Жолымбаев О.М[1]., Манибек Ш.М.[1]**
[1]«Семей қаласының Шәкәрім атындағы университеті» КеАҚ
Қазақстан, Семей
e-mail: smanibek@bk.ru

# ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ САЛУ ЕСЕПТЕРІН ШЕШУДЕГІ ТҮРЛЕНДІРУЛЕР ӘДІСІ

**Аннотация**
Бұл мақалада 9-сынып геометрия курсында кездесетін салу есептерін шешуде түрлендірулер әдісінің тиімділігі қарастырылады. Симметрия, параллель көшіру және бұру түрлендірулері арқылы есептерді шешудің жүйелі тәсілдері ұсынылады. Түрлендірулер әдісі оқушылардың кеңістіктік ойлау қабілетін дамытуға және есептерді қарапайым әрі түсінікті жолмен шешуге мүмкіндік береді. Сонымен қатар, мақалада оқыту әдістемесі, есептерді шешудің кезеңдері және олардың тәжірибелік маңызы талқыланады.

**Кілт сөздер:** геометриялық салу, симметрия, параллель көшіру, бұру, түрлендірулер әдісі, геометрия.

**Жолымбаев О.М.[1], Манибек Ш.М.[1]**
[1]НАО «Университет имени Шакарима города Семей»
Казахстан, Семей
E-mail: smanibek@bk.ru

# МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

**Аннотация:**
В данной статье рассматривается эффективность метода преобразований при решении задач на построение в курсе геометрии 9 класса. Предлагаются системные подходы к решению задач с использованием симметрии, параллельного переноса и поворота. Метод преобразований способствует развитию пространственного мышления учащихся и позволяет решать задачи более простым и понятным способом. Кроме того, в статье обсуждаются методика обучения, этапы решения задач и их практическое значение.

**Ключевые слова:** геометрическое построение, симметрия, параллельный перенос, поворот, метод преобразований, геометрия.

**O.M.Zholymbayev[1] , Sh.M.Manibek[1]**
[1]NAO «Shakarim University of Semey»
Kazakhstan, Semey
E-mail: smanibek@bk.ru

# TRANSFORMATION METHOD IN SOLVING GEOMETRICAL CONSTRUCTION PROBLEMS

**Abstract:**
This article examines the effectiveness of the transformation method in solving geometric construction problems in the 9th-grade geometry course. Systematic approaches to solving problems using symmetry, parallel translation, and rotation are proposed. The transformation method helps develop students' spatial thinking and allows them to solve problems in a simpler and more

understandable way. Additionally, the article discusses teaching methodology, problem-solving stages, and their practical significance.

**Keywords:** geometric construction, symmetry, parallel translation, rotation, transformation method, geometry.

**Кіріспе.**

Геометриядағы салу есептері ежелден бері математика ғылымының маңызды бөлігі болып саналады. Бұл есептерді шешу үшін оқушыларға теориялық біліммен қатар, ойлау дағдысы қажет. 9 сыныптардағы геометриялық салулар бойынша материалды түсіну мен игеруді жақсартуға бағытталған педагогикалық стратегиялар мен әдістерді терең талдау олардың білім беру үдерісіндегі маңыздылығын көрсетеді. Бұл әдістер математиканы терең түсінудің негізі болып табылатын кеңістіктік қиял мен логикалық ойлаудың дамуын ынталандыру арқылы оқушылардың ойлау әрекеттерін белсендіреді [1].

Салу есептері көбінесе сызғыш пен циркуль арқылы шешіледі. Мұндай есептерді шешудің тиімді әдістерінің бірі – геометриялық түрлендірулер әдісі.

Түрлендірулер әдісі салу есептерін жеңілдетіп, оқушылардың кеңістіктік ойлау қабілетін дамытады. Бұл әдіс оқушыларға симметрия, параллель көшіру және бұру түрлендірулері арқылы есептерді шешудің жүйелі жолдарын меңгертеді.

Геометриялық түрлендірулер дегеніміз – фигураның жазықтықтағы орнын өзгерте отырып, оның өлшемін немесе формасын сақтап қалу әрекеті. Түрлендірулер әдісі — бұл жазықтықтағы кез келген фигураны бір нүктеге сәйкес келетін жаңа фигураға түрлендіруді қарастыратын әдіс. Мысалы, жазықтықта F фигурасының әрбір нүктесіне K нүктесіне сәйкестендіретін ереже бойынша жаңа K’ нүктелері тағайындалады. Мұндай түрлендіруді геометриялық түрлендіру деп атайды.

F фигурасының түрлендірілуі нәтижесінде пайда болған фигура F’ деп аталады, ал K нүктесінің түрленген кескіні K' болады. Бұл түрлендіру нәтижесінде алынған F’ фигурасын F фигурасының образы деп атаймыз, ал бастапқы K нүктесін K’ нүктесіне түрлендірген ереже арқылы алынған K нүктесі — K’ нүктесінің прообразын құрайды. Түрлендірулердің негізгі үш түрі:

Симметрия: Фигураның осьтік немесе центрлік симметрияға қатысты бейнесі;

Параллель көшіру: Фигураның берілген бағыт бойынша жылжуы;

Бұру: Фигураның белгілі нүкте төңірегінде бұрышқа айналуы.

Түрлендірулер фигураның пішіні мен өлшемін өзгертпей, оның жаңа орнын анықтауға мүмкіндік береді. Енді түрлендірулер әдісіне тоқталайық.

**Параллель көшіру**

Жазықтықтағы декарттық координаталар жүйесіндегі A(x;y) нүктесін A’(x+a; y+b) нүктесіне параллель көшіруді қарастырайық. Бұл жағдайда a және b тұрақты сандар болып табылады. Мұндай түрлендіруді **параллель көшіру** деп атайды.

Егер параллель көшіру кезінде A(x;y)A(x; y) нүктесі A’(x’;y’)A’(x’; y’) нүктесіне көшсе, онда көшірілген нүктенің жаңа координаталары былай анықталады:

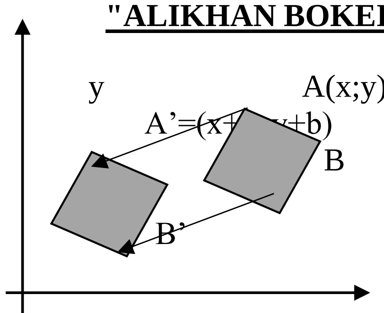
x’=x+a, y’=y+b

Яғни, A(x;y) нүктесінің координаталарына a және b мәндері қосылады.

**Параллель көшіру кезінде нүктелер параллель (немесе беттесетін) түзулер бойымен бір бағытта бірдей қашықтықта жылжиды.**

Нүктелердің параллель көшуіне байланысты анықталған координаталар да ортақ мәндерге ие болады. Мысалы, егер екі нүкте $A(x_1;y_1)$ және $B(x_2;y_2)$ нүктелері $A'(x_1+a;y_1+b)$ және $B'(x_2+a;y_2+b)$ нүктелеріне сәйкесінше көшсе, онда олардың орталық нүктесін есептеу үшін келесі формула қолданылады:

$$x=\frac{x_1+x_2+a}{2}, y=\frac{y_1+y_2+b}{2}$$



1-сурет

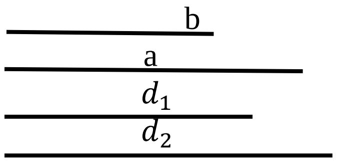
Бұл формула нүктелердің орталарының координаталарын есептеуге мүмкіндік береді, өйткені олардың орталығы нүктелердің координаталарының орташа мәніне тең болады [2, 79-б].

Есеп-1.

Табандары мен диагональдары бойынша трапеция салыңдар [3].

Салу:

1) трапеция табандары болатын a және b (a > b) кесінділері, диагональдарына тең болатын $d_1$ және $d_2$ кесінділері берілсін.




2) a кесіндісіне тең болатын AD кесіндісін саламыз;

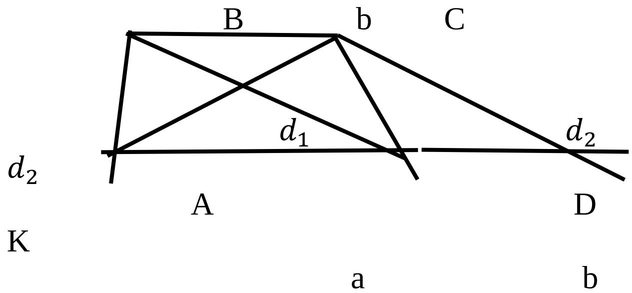
3) DA сәулесінде жатпайтын b кесіндісіне тең болатын DK кесіндісін сол түзу бойында саламыз;

4) K нүктесінен радиусы $d_2 -$ ге тең болатын шеңбер, ал A нүктесінен радиусы $d_1 -$ ге тең болатын шеңбер сызамыз, қиылысқан нүктені C мен белгілейміз;

5) D нүктесінен радиусы $d_2 -$ ге тең болатын шеңбер, ал C нүктесінен радиусы b-ға тең шеңбер сызамыз, олардың қиылысуын B нүктесі арқылы белгілейміз;

6) $BC \parallel AD, \quad DB = CK = d_2$ және $BC = DK = b$. Осыдан $ABCK$ – параллелограмм;

7) $ABCD$ – ізделінді трапеция;




2-сурет

Геометрияда симметрия — объектінің белгілі бір түрлендіру кезінде өзінің пішінін немесе құрылымын өзгертуге ұшырамауы. Симметрияның екі негізгі түрі бар: **осьтік симметрия** және **центрлік симметрия**. Әрбір симметрия түрінің өзіндік ерекшеліктері мен математикалық сипаттамалары болады.

**1. Осьтік симметрия**

**Осьтік симметрия** — фигураның барлық нүктелері белгілі бір түзудің (осьтің) бойында симметриялы орналасатын түрлендіру. Басқаша айтқанда, фигураның әрбір нүктесі оське қатысты «айнада» көрінетін бейнені құрайды [4].

**Осьтік симметрияның анықтамасы:**

Егер фигураның барлық нүктелері белгілі бір түзудің (осьтің) бойында симметриялы болса, онда осы түзудің бойы симметрия осі деп аталады. Симметрияның осы түрі кезінде фигураның әрбір нүктесі оське қатысты дәл көшіріледі.

**Мысалдар:**

**Түзу сызық**: Егер түзудің бір бөлігін оське қатысты симметриялы түрде көшіруді сұраса, онда жаңа түзу бастапқы түзуге параллель болады, тек орын ауыстырады.

**Тікбұрышты трапеция**: Егер трапецияның екі негізі симметриялы орналасса, оның бейнесі оське қатысты симметриялы болады.

**Осьтік симметрияның қасиеттері:**

Симметриялы бейнелер арасында қашықтық сақталады.

Фигураның барлық бөліктері оське қатысты симметриялы орналасады.

Есеп-2

Берілген фигураның симметрия осі — x-осі. Егер фигураның A(2,3) нүктесі болса, онда оның оське қатысты симметриялы бейнесі қандай нүктеде орналасады?

**Шешімі:** Осьтік симметрия кезінде нүктенің y-координатасы ғана өзгеріп, оның таңбасы өзгереді. Сондықтан A(2,3)A(2, 3)A(2,3) нүктесінің симметриялы бейнесі $A'(2,-3)$ болады.

**2. Центрлік симметрия**

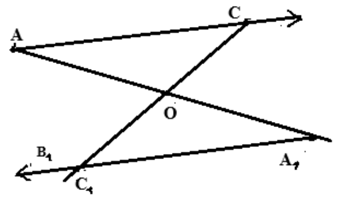
**Центрлік симметрия** — фигураның барлық нүктелері бір ортақ нүктеге қатысты симметриялы болады. Бұл жағдайда симметрия орталығы деп аталатын бір нүкте болады, осы нүктеден барлық нүктелер "айналдырылады".

**Центрлік симметрияның анықтамасы:**
Егер фигураның барлық нүктелері бір ортақ нүктеге қатысты симметриялы болса, онда бұл түрлендіру центрлік симметрия деп аталады. Симметрия орталығы — бұл фигураның барлық нүктелері симметриялы орналасатын ортақ нүкте.

**Мысалдар:**
**Дөңгелек**: Дөңгелек центрлік симметрияға ұшырағанда, оның барлық нүктелері орталық нүктеге қатысты симметриялы орналасады. Яғни, кез келген нүкте мен оның симметриялы бейнесі орталыққа қатысты тең қашықтықта болады.
**Квадрат**: Егер квадратты оның ортасына қатысты симметриялы түрде айналдырса, онда ол өзінің бастапқы қалпына келеді. Бұл да центрлік симметрияның мысалы болып табылады.

**Центрлік симметрияның қасиеттері:**
Симметрия орталығы фигураның барлық нүктелерінің симметриялы бейнелеріне қатысты тең қашықтықта болады.
Симметрия ортасында орналасқан нүкте өзімен-өзі симметриялы болып табылады.
Есеп-3. АВ сәулесі мен онда жатпайтын О нүктесі берілген. Осы сәуленің О нүктесіне қарағанда центрлік симметрияда бейнеленетін фигурасын салыңдар. [5, 69-б]
Салуы: Кез келген АВ сәулесін саламыз және онда жатпайтын О нүктесін белгілейміз. А нүктесінен симметрия центрі болатын О нүктесі арқылы сәуле жүргізіп, оған $AO = OA_1$ болатындай $A_1$ нүктесін белгілейміз. АВ сәулесіне кез келген С нүктесін белгілейміз. С нүктесінен симметрия центрі болатын О нүктесі арқылы сәуле жүргізіп, оған $CO = OC_1$ болатындай $A_1$ нүктесін белгілейміз.

$A_1$ нүктесінен $C_1$ нүктесі арқылы ізделінді $A_1B_1$ сәулесін жүргіземіз (3-сурет).




3-сурет

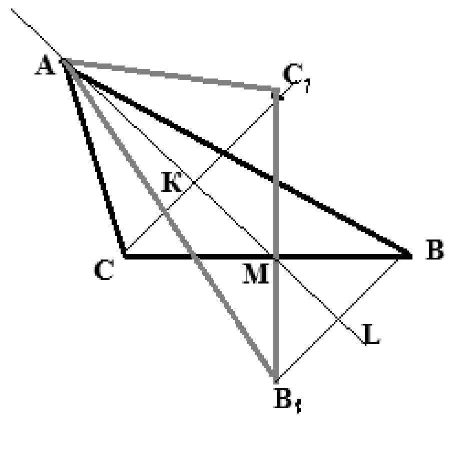
Есеп-4. $\Delta ABC$ −да $\angle C = 100°, AC = 3$ см, $BC = 4$ см. $\Delta ABC$ мен оның: а) $AM$ медианасын; ә) $AH$ биіктігін қамтитын түзуге қарағандағы осьтік симметриядағы бейнесін салыңдар [5, 69-б].

Салуы: а) АВС үшбұрышы мен СМ=МВ болатындай оның АМ медианасын саламыз.

Медиана бойымен $AM$ түзуін жүргіземіз. $C$ және $B$ төбелерінен $AM$ түзуіне перпендикулярлар жүргіземіз, олардың осы түзумен қиылысу нүктелерін $K$ және $L$ деп белгілейміз.

Осы перпендикулярларда $CK = KC_1$ және $BL = LB_1$ болатындай, сәйкесінше, $C_1$ және $B_1$ нүктелерін белгілейміз.

$B_1, C_1$ және $A$ нүктелерін қосып, ізделінді бейнені аламыз (4-сурет).

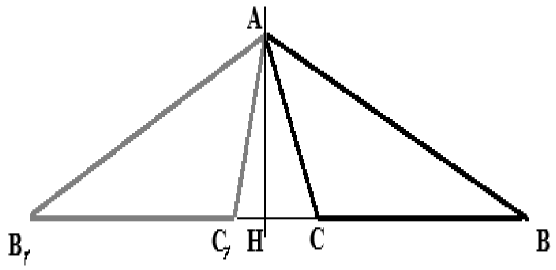



4-сурет

ә) $\Delta ABC$ мен $AH$ биіктігін саламыз: $AH \perp BC$.

Биктігінен $AH$ түзуін жүргіземіз. $C$ мен $B$ төбелерінен $AH$ түзуіне перпендикуляр тұрғызамыз, $C$ мен $B$ нүктелерінің бейнелерін $CH = HC_1$ және $BH = HB_1$ болатындай $C_1$ және $B_1$ деп белгілейміз.

$B_1, C_1$ және $A$ нүктелерін қосып, ізделінді бейнені аламыз (5-сурет).




5-сурет

Есеп-5. Мысал ретінде A(1,2), B(5,2), C(1,6) төбелері бар тік бұрышты үшбұрышты алайық. Бұл үшбұрышты O(3,4) нүктесіне қатысты центрлік симметрияға қатысты, оның жаңа координаттарын табайық.

**Шешімі**: Центрлік симметрияда нүктелер орталықтан дәл сондай қашықтықта, бірақ кері бағытта орналасады. Әрбір нүкте үшін жаңа координаттарды табу үшін орталықтан бастапқы нүктеге дейінгі векторды ескереміз.

A(1,2) нүктесін O(3,4) нүктесіне қатысты симметриялы ету үшін:

Вектор OA=(1−3,2−4)=(−2,−2)

Симметриялы нүкте A′ болады: A′(3+2,4+2)=(5,6)

B(5,2) нүктесін O(3,4) нүктесіне қатысты симметриялы ету үшін:

Вектор OB=(5−3,2−4)=(2,−2)

Симметриялы нүкте B′ болады: B′(3−2,4+2)=(1,6)

C(1,6) нүктесін O(3,4) нүктесіне қатысты симметриялы ету үшін:

Вектор OC=(1−3,6−4)=(−2,2)

Симметриялы нүкте C′ болады: C′(3+2,4−2)=(5,2)

Осылайша, тік бұрышты үшбұрыштың центрлік симметриясы A′(5,6), B′(1,6), C′(5,2) төбелері бар үшбұрыш болады.

**Қорытындылай келе,** геометриялық салу есептерін шешуде түрлендірулер әдісін қолдану оқушылардың логикалық және кеңістіктік ойлау қабілетін дамытады. Бұл әдіс арқылы есептерді көрнекі түрде, тиімді шешуге мүмкіндік туады. Сонымен қатар, түрлендірулер әдісін меңгеру оқушылардың математикалық сауаттылығын арттырып, олардың өз бетімен жұмыс жасау дағдысын дамытады.

**Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:**


1. Смирнов, И. К. Геометриялық салулар: теориядан практикаға / / Қазіргі математика журналы, 2020, № 4, 15-29 б.
2. Шыныбеков Ә.Н. Геометрия. – Алматы: Атамұра, 2019. – 176 б.
3. Геометрия: учеб. для 7-9 кл. общеобразовательных учреждений / А. В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2004, - С. 224
4. Белошистая А.В. задачи на построение в школьном курсе геометрии. «Математика в школе», 2002, №9.- С.47-50
5. Солтан Г.Н., Солтан А.Е., Жумадилова А.Ж. – Көкшетау: Келешек-2030, 2019.- 240 б


**Refernces**


1. Smirnov, I. K. *Geometrical Constructions: From Theory to Practice* // Journal of Modern Mathematics, 2020, No. 4, pp. 15-29.
2. Shynybekov, A. N. *Geometry*. – Almaty: Atamura, 2019. – 176 p.
3. *Geometry: Textbook for Grades 7-9 of General Educational Institutions* / A. V. Pogorelov. – Moscow: Prosveshchenie, 2004. – 224 p.
4. Beloshistaya, A. V. *Construction Problems in the School Geometry Course*. "Mathematics in School", 2002, No. 9, pp. 47-50.
5. Soltan, G. N., Soltan, A. E., Zhumadilova, A. Zh. – Kokshetau: Keleshek-2030, 2019. – 240 p.


**Сведения об авторах/ Авторлар туралы мәліметтер / Information about the authors**


**Манибек Шарбат Мадиярқызы**
Лауазымы: Семей қаласының Шәкәрім атындағы университетінің 2 курс магистранты
Пошталық мекен-жайы: Қазақстан Республикасы, Семей қаласы, Жамакаев көшесі 77, 104-пәтер
Ұялы.тел 87789066542
E-mail: smanibek@bk.ru

**Манибек Шарбат Мадияровна**
Должность: Магистрант 2 курса Университета имени Шакарима города Семей
Почтовый адрес: Республика Казахстан, город Семей, улица Жамакаева 77, квартира 104
Моб. телефон: 87789066542
E-mail: smanibek@bk.ru

**Manibek Sharbat Madiyarkyzy**
Position: 2nd-year Master's student at Shakarim University of Semey
Postal address: Republic of Kazakhstan, Semey city, Zhamakayev street 77, apartment 104
Mobile phone: 87789066542
E-mail: smanibek@bk.ru

**Жолымбаев Оралтай Мураткaнович**
Лауазымы: Семей қаласының Шәкәрім атындағы математика кафедрасының қауымдастырылған профессоры (доценті)
Пошталық мекен-жайы: Қазақстан Республикасы, Семей қаласы, Глинки 43
Ұялы.тел 87012090734
E-mail: orik_65@mail.ru
**Жолымбаев Оралтай Мураткaнович**
Должность: Ассоциированный профессор (доцент) кафедры математики Университета имени Шакарима города Семей
Почтовый адрес: Республика Казахстан, город Семей, улица Глинки 43
Моб. телефон: 87012090734
E-mail: orik_65@mail.ru
**Zholymbayev Oraltay Muratkhanovich**
Position: Associate Professor (Docent) of the Mathematics Department at Shakarim University of Semey
Postal address: Republic of Kazakhstan, Semey city, Glinki street 43
Mobile phone: 87012090734
E-mail: orik_65@mail.ru